Лекция 3

3. МЕХАНИЗМ ИЗЛУЧЕНИЯ

Излучение атомов и молекул.

Электромагнитное излучение испускается или поглощается, когда атом или молекула переходит с одного энергетического уровня на другой. Если энергия атома уменьшается на величину ΔE, атом испускает или излучает частицу электромагнитного излучения, называемую *фотоном*, чья частота дается уравнением $\Delta E = h\nu$ (h – постоянная Планка). Аналогично, если атом получает (или поглощает) фотон частоты ν, его энергия возрастает на величину $\Delta E = h\nu$.

Классическая модель описывает атом как ядро, окруженное электронами. Ядро состоит из **Z** протонов, каждый из которых имеет заряд $+\mathbf{e}$, и из **N** электрически нейтральных нейтронов; **Z** есть ядерный заряд (атомный номер элемента), а **A = Z + N** его атомный вес. Нейтральный атом имеет столько электронов (заряд $-\mathbf{e}$), сколько в нем протонов.

Энергетический уровень атома обычно связан с энергетическим уровнем его электронов. Энергия E электрона не может принимать произвольные значения; энергетические уровни проквантованы. Атом может испускать или поглощать излучение только некоторых частот ν_{if}, соответствующих энергетическим разностям между начальным и конечным состояниями i и f: $\left|E_i - E_f\right| = h\nu_{if}$. Это приводит к линейчатому спектру, особому для каждого элемента. Горячий газ при низком давлении производит *эмиссионный спектр*, состоящий из таких дискретных линий. Если этот же газ охладить и пропускать через него белый свет (который имеет непрерывный спектр), те же линии будут выглядеть как темные *линии поглощения*.

При низких температурах большинство атомов находятся в самом низком энергетическом состоянии, *основном состоянии*. Более высокие энергетические уровни есть *состояния возбуждения*; переход от более низкого к более высокому состоянию называется *возбуждением*. Обычно возбужденный атом возвращается в более низкое состояние очень быстро, излучая фотон (*спонтанная эмиссия*); типичное время жизни возбужденного состояния может быть 10^{-8} *сек*. Атом может вернуться в более низкое состояние прямо или через некоторые промежуточные состояния, испуская один фотон на каждом переходе.

Переходы вниз могут также вызываться излучением. Предположим, что наш атом поглощает фотон и становится возбужденным. Другой фотон, чья частота ν соответствует некоторому возможному переходу вниз из возбужденного состояния, может теперь воздействовать на атом, заставляя его перейти в более низкое состояние, испустив фотон такой же частоты ν. Такие переходы называются *индуцированными* (вынужденными). Фотоны, испускаемые спонтанно, покидают атом беспорядочно во всех направлениях: излучение изотропно и некогерентно. Индуцированное излучение, с другой стороны, когерентно;

оно распространяется в том же направлении и с такой же фазой, как вызывающее его излучение.

Нулевой уровень энергетических состояний обычно выбирается так, чтобы связанный электрон имел отрицательную энергию, а свободный электрон – положительную. Если электрон с энергией $E < 0$ получает энергию большую, чем $|E|$, он покинет атом, который становится ионом. Теперь возможны любые значения энергии $(E > 0)$. Остаток от поглощенной энергии уходит на кинетическую энергию освободившегося электрона.

Обратный процесс, в котором атом захватывает свободный электрон, называете *рекомбинацией*.

Когда электрон рассеивается от ядра или иона без поглощения, электромагнитное взаимодействие может изменить кинетическую энергию, производя свободно-свободное излучение.

Электромагнитное излучение является поперечным волновым движением; электрическое и магнитное поля осциллируют перпендикулярно друг другу, а также перпендикулярно направлению распространения. Свет обычной лампы накаливания имеет случайное распределение колебаний электрического поля во всех направлениях. Свет, в котором колебания вектора напряженности электрического поля совершаются в одной плоскости или каким-либо образом упорядоченно, называется *поляризованным*.

Атом водорода.

Изучая спектры, Иоганн Бальмер (швейцарский преподаватель музыки) экспериментально обнаружил в 1885г., что линии в спектре водорода подчиняются формуле

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad n = 3,4,5,...$$

Хотя эта формула с большой точностью соответствовала наблюдениям, было непонятно, почему она справедлива. Физическую интерпретацию этой формулы и ее теоретический вывод дал через 30 лет Нильс Бор. Для описания атома водорода Бор принял модель атома Резерфорда (массивное ядро и легкие электроны). Атом водорода является простейшим из атомов и состоит из одного протона и одного электрона. Согласно модели Бора, электрон в атоме водорода обращается вокруг протона по круговой орбите. Несмотря на то, что эта модель очень мало близка к действительности, она может успешно использоваться для предсказания некоторых свойств атома водорода. Создавая теорию атома водорода, Бор ввел два постулата. Первый постулат Бора утверждает, что *угловой момент электрона (момент импульса) должен быть кратным* $\hbar$:

$$mvr = n\hbar,$$

где

$\hbar = h/2\pi$,

m – масса электрона,

v – скорость электрона,

r – радиус орбиты,

n – главное квантовое число, $n = 1, 2, 3, ...$

Заряженная частица на круговой орбите (имея таким образом ускоренное движение) должна испускать электромагнитное излучение, теряя энергию в соответствии с правилами классической электродинамики. Поэтому электрон должен был бы по спирали приближаться к ядру. Вычисление на основе классической электродинамики показывает, что электрон в атоме водорода должен излучить всю свою энергию за считанные доли секунды. Однако в атоме этого не происходит. Объяснение этой ситуации заключено во втором постулате Бора, утверждающем, что *электрон движется по разрешенной орбите вокруг ядра не излучая. Излучение происходит только тогда, когда электрон переходит с более высокого энергетического состояния на более низкое.* Излученный квант имеет энергию $h\nu$, равную разности энергий этих состояний:

$$h\nu = E_{n_2} - E_{n_1}.$$

Найденная Бором теоретически формула Бальмера имеет вид

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right),$$

где R есть постоянная Ридберга. Она названа так в честь шведского спектроскописта, который провел обширные исследования атомных спектров. Значение R для спектра водорода равно: $R = 1.097 \times 10^7 m^{-1}$. Так как экспериментально это уравнение было получено И. Бальмером для $n_1 = 2$, систему линий, производимых переходами $E_n \to E_2$, называют *Бальмеровской серией*. Эти линии находятся в видимой части спектра. При переходах электрона к его основному состоянию ($E_n \to E_1$) получается *серия Лаймана* в ультрафиолете. Другими именованными сериями являются *серия Пашена* ($n_1 = 3$), *серия Брекетта* ($n_1 = 4$) и *серия Пфунда* ($n_1 = 5$).

Квантовые числа.

Модель атома Бора нуждается только в одном квантовом числе, n, для описания всех энергетических уровней электрона. Однако она не может объяснить все тонкие детали, и неприменима к атомам с несколькими электронами. Причиной неудачи в данном случае являлась классическая трактовка электрона как частицы с хорошо определенной орбитой. Квантовая механика описывает электрон как трехмерную волну, которая дает только вероятность нахождения электрона в некотором месте. Квантовая механика точно предсказывает все энергетические уровни атома водорода. Могут быть также вычислены энергетические уровни более тяжелых атомов и молекул, хотя такие вычисления очень сложны. Квантовомеханическое описание модели атомов включает в себя четыре квантовых числа, одним из которых является введенное Бором *главное квантовое число n*. Остальными тремя являются:

Квантовое число углового момента l. Бор в своей модели атома водорода рассматривал только круговые орбиты. Однако движущаяся по классической орбите частица с определенной энергией может описывать как круговую орбиту, так и любую из бесконечного числа *эллиптических* орбит. Энергия частиц на каждой из таких орбит одна и та же, а *момент импульса* – различный. Для данного значения энергии состояния круговая орбита имеет наибольший момент импульса. Наиболее вытянутая эллиптическая орбита имеет наименьший момент импульса. В модели эллиптических орбит Зоммерфельда главное квантовое число n определяет только энергию состояния, а для характеристики орбитального момента импульса вводится новое квантовое число l

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar, \quad (l = 0,1,2,...,n-1).$$

Хотя квантовое число l определяет величину углового момента, оно не дает его направление. В магнитном поле это направление является важным, так как орбитальный электрон также генерирует крошечное магнитное поле. В любом эксперименте единовременно может быть измерена только одна компонента углового момента. В данном направлении z (например, в направлении приложения магнитного поля), проекция углового момента может принимать только значения

$$L_z = m_l\hbar,$$

где m_l есть *магнитное квантовое число*

$$m_l = 0, \pm1, \pm2, ..., \pm l.$$

Магнитное квантовое число ответственно за расщепление спектральных линий в сильном магнитном поле, известное как *эффект Зеемана*.

Четвертое квантовое число описывает собственный угловой момент электрона, который называется спином. Спин электрона есть

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar,$$

где *спиновое квантовое число* есть $s = 1/2$. Проекция спина на выделенное направление z есть

$$S_z = m_s\hbar,$$

где m_s может принимать одно из двух значений

$$m_s = \pm\frac{1}{2}.$$

Все частицы имеют спиновое квантовое число. Частицы с целым спином называются *бозонами* (фотон, мезоны), частицы с полуцелым спином – *фермионами* (протон, нейтрон, электрон, нейтрино и т.д.).

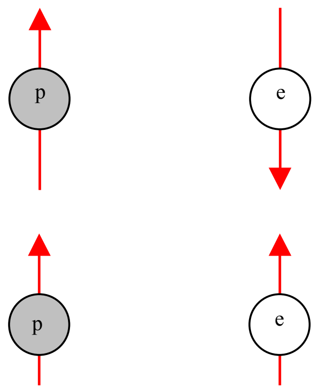
Спин и орбитальный момент импульса электрона объединяются в *полный момент импульса* **J**.

Чтобы понять тонкую структуру спектра атома необходимо также включить в рассмотрение спин ядра.

Правила отбора и вероятности переходов.

Состояние электрона, полностью описывающееся четырьмя введенными квантовыми числами, не может изменяться произвольно – переходы ограничены правилами отбора, которые следуют из некоторых законов сохранения. Правила отбора определяют, как квантовые числа должны измениться при переходе. Наиболее вероятными являются переходы, которые заставляют атом вести себя подобно осциллирующему электрическому *диполю* (диполем называется совокупность двух равных по абсолютной величине разноименных зарядов q, помещенных на некотором расстоянии l один от другого). Вероятности всех других переходов намного меньше, и они называются *запрещенными переходами* (например, магнитодипольные переходы и все квадрупольные и мультипольные переходы). Спектральные линии, порождаемые запрещенными переходами, называются *запрещенными линиями*. Вероятность такого перехода так низка, что при нормальных обстоятельствах переход не может иметь место, прежде чем столкновительные силы не изменят состояние электрона. Запрещенные линии возможны только в том случае, если газ чрезвычайно разрежен (планетарные туманности).

Так как ядра, подобно электронам, имеют спин, то полный момент атома **J** представляет собой сумму полного момента электронов и спина ядра. В атомных спектрах имеются небольшие особенности, зависящие от того, совпадает ли направление полного момента электронов с направлением спина ядра или противоположно ему.



J = 0;   Энергия = E_0

J = 1;   Энергия = $E_0 + 5.9 \cdot 10^{-6}$ эВ

В атоме водорода, находящемся в основном состоянии (n = 1), орбитальный момент электрона равен нулю, так что полный момент атома равен сумме спинов электрона и ядра (протона). Спины электрона и ядра могут быть либо параллельны, либо антипараллельны. В основном состоянии спины электрона и протона направлены в противоположные стороны, так что полный момент атома **J** = 0. Требуется совсем небольшое количество энергии, $5.9 \cdot 10^{-6}$ эВ, чтобы «перевернуть» один из спинов и создать состояние, при котором оба спина будут направлены в одну сторону и **J** =1.

Так как разность энергий двух спиновых состояний мала, эффект «переворота» спина обычно не имеет существенного значения. Однако именно эти спиновые переходы дали богатую информацию о распределении водорода в нашей Галактике.

Бо́льшая часть вещества во Вселенной представляет собой водород После того, как первичный водородный газ, сконденсировавшись, образовал протозвезды, в межзвездном пространстве осталось значительное количество водорода. Так, в нашей Галактике в межзвездном пространстве находится даже больше водорода, чем в звездах. Средняя плотность межзвездного водорода составляет около 1 атома в 1 см^3. Но даже при столь малой плотности атомы водорода иногда (примерно раз за 25 лет) сталкиваются друг с другом. Эти столкновения могут перевести атом из основного состояния с **J** = 0 в состояние с **J** = 1. Бо́льшая часть возбужденных атомов при повторных столкновениях вернется в основное состояние и при этом переходе испустит фотон с энергией $5.9 \cdot 10^{-6}$эВ. Этот процесс, несмотря на его редкость, можно обнаружить благодаря тому, что в космическом пространстве содержится огромное количество водорода.

Таким образом, благодаря постоянному переходу атомов водорода в межзвездном пространстве в состояние с **J** = 1 и последующему излучению при переходе в основное состояние, можно обнаружить присутствие водорода и определить его количество в межзвездном пространстве. Фотон с энергией $5.9 \cdot 10^{-6}\,эВ$, испускаемый в процессе «переворота» спина, имеет длину волны 21.1*см*. Пользуясь радиотелескопами, настроенными на излучение с длиной волны 21*см*, можно составить подробные карты распределения водорода в нашей Галактике.

Числа населенности.

Число населенности n_i энергетического состояния i означает число атомов в этом состоянии на единицу объема. В тепловом равновесии числа населенности подчиняются *распределению Больцмана*

$$\frac{n_i}{n_0} = \frac{g_i}{g_0} e^{-\Delta E/kT},$$

где T – температура, $\Delta E = E_i - E_0 = h\nu$ – разность энергий между возбужденным и основным состоянием, а g_i – статистический вес уровня i (это есть число различных состояний с одной и той же энергией E_i). Индекс 0 всегда относится к основному состоянию. Числа населенности зачастую отличаются от значений, даваемых формулой Больцмана, но все же можно определить *температуру возбуждения* T_{exc} таким образом, чтобы эта формула давала точные числа населенности, когда T заменено на $T_{exc.}$ Температура возбуждения может быть различна для различных энергетических уровней.

Молекулярные спектры.

Энергетические уровни атома определяются его электронами. В случае молекулы имеется намного больше возможностей: атомы могут вибрировать около их точки равновесия, а молекула может вращаться вокруг некоторой оси. И вибрации и вращения квантуются. Переходы между последовательными вибрационными состояниями обычно производят фотоны в инфракрасной области, тогда как переходы между ротационными состояниями производят фотоны в микроволновой области. Комбинируясь с переходами электронов, эти переходы производят спектр, характерный для молекул. Спектр имеет несколько узких полос, составленных из большого числа линий.

Непрерывные спектры.

Согласно принципу неопределенности Гейзенберга, каждая спектральная линия имеет естественную ширину. Атомы имеют также тепловые движения, а Доплеровский сдвиг, производимый этими случайными движениями, расширяет профили линий.

Каждый фотон имеет некоторую определенную длину волны, и таким образом в своей основе каждый спектр состоит из отдельных линий. Иногда, однако, линии так близко упакованы и так широки, что спектр выглядит непрерывным. Непрерывные эмиссионные спектры могут возникать при рекомбинациях и свободно-свободных переходах. При рекомбинации атом захватывает (поглощает) свободный электрон, энергия которого не квантована; при свободно-свободных переходах и начальное и финальное состояния не квантованы. Таким образом, эмиссионная линия может иметь любую частоту. Аналогично, ионизация и свободно-свободные переходы могут приводить к возникновению непрерывного спектра поглощения.

Когда давление горячего газа возрастает, спектральные линии начинают уширяться. При высоком давлении атомы сталкиваются друг с другом более часто, а тесные сближения возмущают энергетические уровни. Когда давление достаточно высоко, линии начинают перекрываться. Таким образом, спектр горячего газа при высоком давлении непрерывен. Электрические поля также уширяют спектральные линии (*эффект Штарка*).

В жидких и твердых телах атомы упакованы более плотно, чем в газообразной материи. Их взаимные возмущения уширяют энергетические уровни, производя непрерывный спектр.

Излучение абсолютно черного тела.

Черное тело определяется как объект, который не отражает или рассеивает излучение, падающее на него, а поглощает и переизлучает излучение полностью. Абсолютно черное тело есть тип идеального излучателя, который не может существовать в реальном мире. Но все же многие объекты ведут себя в очень большой степени, как если бы они были абсолютно черными телами.

Излучение черного тела зависит только от его температуры и совершенно не зависит от его формы, материала и внутреннего строения. Распределение энергии такого излучения подчиняется закону Планка и является функцией только от температуры. Зависимость интенсивности излучения черного тела с частотой **ν** от температуры T определяется формулой

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{\exp(h\nu/kT)-1},$$

где h – постоянная Планка, c – скорость света, k – постоянная Больцмана.

Спектр абсолютно черного тела, задаваемый законом Планка, является непрерывным.

Можно также записать формулу Планка как функцию от длины волны. Потребуем, чтобы $B_\nu d\nu = -B_\lambda d\lambda$. Здесь поставлен знак минус, так как длина волны уменьшается с ростом частоты. Так как $\nu = \frac{c}{\lambda}$, имеем

$$\frac{d\nu}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2},$$

откуда

$$B_\lambda = -B_\nu \frac{d\nu}{d\lambda} = B_\nu \frac{c}{\lambda^2},$$

или

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/\lambda kT) - 1}.$$

Используя любую из функций B_ν и B_λ можно легко получить полную интенсивность

$$B(T) = \int_0^\infty B_\nu d\nu = \int_0^\infty B_\lambda d\lambda.$$

Результатом интегрирования является соотношение

$$B(T) = AT^4,$$

где постоянная A имеет значение

$$A = \frac{2k^4}{c^2h^3} \frac{\pi^4}{15}.$$

Освещенность (или энергетическая светимость) E для изотропического излучения будет

$$E = \pi B \text{ или } E = \sigma T^4.$$

Это есть закон Стефана-Больцмана, а константа $\sigma = \pi A$ есть постоянная Стефана-Больцмана.

Из закона Стефана-Больцмана находится соотношение между светимостью и температурой звезды. Если радиус звезды R, площадь ее поверхности $4\pi R^2$, освещенность на поверхности есть E, то имеем

$$L = 4\pi R^2 E.$$

Если предположить, что звезда излучает подобно абсолютно черному телу, т.е. $E = \sigma T^4$, то

$$L = 4\pi\sigma R^2 T^4.$$

Этим соотношением определяется так называемая *эффективная температура* звезды.

Как это видно из последнего соотношения, светимость, радиус и температура звезды являются взаимозависимыми величинами. Они также связаны с абсолютной болометрической величиной звезды. Так как разность абсолютной болометрической величины звезды и Солнца есть

$$M_{bol} - M_{bol,\odot} = -2.5\lg\frac{L}{L_\odot}$$

мы можем, используя соотношение для L, выразить последнее равенство через радиусы и температуры

$$M_{bol} - M_{bol,\odot} = -5\lg\frac{R}{R_\odot} - 10\lg\frac{T}{T_\odot}.$$

Дифференцируя формулу Планка для $B_\lambda(T)$ относительно λ и приравнивая производную нулю, получим так называемый *закон смещения Вина*

$$\lambda_{\max}T = const,$$

откуда следует, что длина волны в спектре излучения абсолютно черного тела, соответствующая наибольшей спектральной плотности энергетической светимости $\lambda_{\max}$, обратно пропорциональна абсолютной температуре T тела.

Когда длина волны близка к максимальной или намного больше, чем $\lambda_{\max}$, формула Планка может быть саппроксимирована более простыми выражениями.

Когда $\lambda \approx \lambda_{\max}$ (или $\frac{hc}{\lambda kT} \gg 1$) имеем $e^{\frac{hc}{\lambda kT}} \gg 1$. В этом случае получаем *аппроксимацию Вина*

$$B_\lambda(T) \approx \frac{2hc^2}{\lambda^5}e^{-hc/\lambda kT}.$$

Когда же $hc/\lambda kT \ll 1$, ($\lambda \gg \lambda_{\max}$), мы имеем $e^{hc/\lambda kT} \approx 1 + hc/\lambda kT$, что дает *аппроксимацию Релея-Джинса*

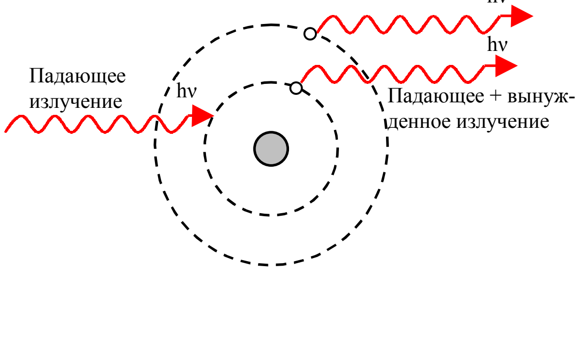
$$B_\lambda(T) \approx \frac{2hc^2}{\lambda^5}\frac{\lambda kT}{hc} = \frac{2ckT}{\lambda^4}.$$

Эта формула особенно полезна в радиоастрономии.

Классическая физика предсказала только аппроксимацию Релея-Джинса. Согласно ей, интенсивность растет до бесконечности, когда $\lambda \to 0$, противореча наблюдениям. Такой результат известен как ультрафиолетовая катастрофа.

Вынужденное излучение и лазеры.

Если фотон падает на атом, находящийся в возбужденном состоянии, то он стимулирует процесс высвечивания. (Фотон не может возбудить атом, так как атом уже возбужден, но может вызвать процесс, эквивалентный возбужде-



нию – высвечивание с переходом атома в исходное состояние). Такой процесс называется *вынужденным* или *стимулированным* излучением.

Существенной особенностью вынужденного излучения является то, что падающий и испущенный атомом фотоны оказываются в фазе. Иными словами, они распространяются в одном направлении и колеблются в такт. Таким образом, эти фотоны усиливают друг друга. Вынужденное и самопроизвольное излучение различаются в том, что в самопроизвольном процессе фотоны излучаются в случайных направлениях и с разными фазами, а при вынужденном излучении фотоны испускаются практически одновременно и в фазе.

Устройство, создающее интенсивные пучки когерентного излучения (т.е. излучения, в котором фазы всех волн совпадают) с использованием вынужденного излучения в диапазоне световых волн, называется *лазером* (слово «лазер» составлено из первых букв английского названия Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation, которое в переводе означает «усилитель света, основанный на вынужденном излучении»). Первые практические устройства, построенные на этом принципе, работали на микроволнах и получили название *мазеров* (Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation – микроволновые усилители, основанные на вынужденном излучении).

К настоящему времени найдены сотни материалов – твердых тел, жидкостей и газов, которые могут давать лазерный эффект. Некоторые мазерные источники были обнаружены в межзвездных молекулярных облаках и пыли, окружающей звезды.

Синхротронное излучение.

Заряженные частицы движутся в магнитном поле по спиралям вокруг силовых линий. Это движение является круговым и поэтому оно ускоренное. Свободный заряд в ускоренном движении будет испускать электромагнитное излучение в направлении его вектора скорости. Такое излучение называется *синхротронным излучением*.

Лучистый перенос.

В пустом пространстве интенсивность излучения не меняется вдоль луча. Интенсивность будет меняться, если пространство заполнено средой, способной поглощать и испускать лучистую энергию. Распространение излучения в среде, называемое также лучистым переносом, является одной из основных проблем астрофизики. Эта проблема очень сложна и относится к тем задачам, которые рассматриваются в курсе теоретической астрофизики. Однако основное уравнение лучистого переноса можно легко вывести.

Взаимодействие излучения и вещества можно рассматривать на различных физических уровнях. Для наших целей будет достаточно введения макроскопических коэффициентов излучения и поглощения света, хотя расчет самих коэффициентов как функций частоты фотона и физических характеристик среды проводится классическими электродинамическими и квантовыми методами.

Пусть на площадку dA, расположенную перпендикулярно к направлению излучения, падает излучение интенсивности I_ν внутри телесного угла $d\omega$ в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$ в течение времени dt. Количество энергии, падающее на площадку, будет равно

$$I_\nu dA d\omega d\nu dt .$$

Далее, на пути dr из этого количества энергии будет поглощена некоторая доля, пропорциональная dr. Обозначим эту долю через $\alpha_\nu dr$. Таким образом, количество энергии, поглощенной на пути dr, будет равно

$$\alpha_\nu dr I_\nu dA d\omega d\nu dt .$$

Величина α_ν называется коэффициентом поглощения (непрозрачность среды) на частоте ν. Так как доля поглощенной энергии $\alpha_\nu dr$ есть величина безразмерная, то α_ν имеет размерность, обратную длине. Коэффициент поглощения зависит от частоты излучения и координат данной точки, но не зависит от направления излучения (в изотропной среде).

Если среда способна также излучать энергию, то количество энергии, излучённое объемом dV внутри телесного угла $d\omega$ в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$ в течение времени dt, будет пропорционально $dV d\omega d\nu dt$. Обозначим это количество энергии через

$$j_\nu dV d\omega d\nu dt ,$$

где j_ν – коэффициент излучения (коэффициент эмиссии). Следовательно, коэффициент излучения есть количество энергии, излучаемое единичным объемом в единичном телесном угле в единичном интервале частот за единицу времени. Коэффициент излучения зависит от частоты ν, от координат данной точки и от направления излучения.

Считая величины α_ν и j_ν заданными, определим изменение интенсивности излучения вдоль луча. При этом будем предполагать, что поле излучения стационарно, т.е. не меняется с течением времени.

Возьмем элементарный цилиндр, ось которого направлена по данному лучу. Пусть площадь основания цилиндра равна dA, а высота равна dr (причем высота мала по сравнению с линейными размерами основания). Рассмотрим излучение, входящее в цилиндр и выходящее из него внутри телесного угла $d\omega$ в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$ за время dt. Пусть I_ν – интенсивность излучения, входящего в цилиндр, а $I_\nu + dI_\nu$ – интенсивность выходящего из цилиндра излучения.

Тогда количество входящей в цилиндр энергии будет равно

$$I_\nu dA d\omega d\nu dt ,$$

а количество выходящей –

$$(I_\nu + dI_\nu) dA d\omega d\nu dt .$$

Количество выходящей из цилиндра энергии будет равно сумме входящей, поглощаемой и испускаемой цилиндром энергий. Поэтому, положив $dV = dA dr$, имеем

$$(I_\nu + dI_\nu)dAd\omega d\nu dt = I_\nu dAd\omega d\nu dt - \alpha_\nu drI_\nu dAd\omega d\nu dt + j_\nu dAdrd\omega d\nu dt,$$

откуда

$$\boxed{\frac{dI_\nu}{dr} = -\alpha_\nu I_\nu + j_\nu.}$$

Это и есть искомое уравнение, определяющее изменение интенсивности излучения при прохождении его через поглощающую и излучающую среду. Оно называется *уравнением переноса излучения*.

Теперь несколько преобразуем это уравнение:

$$\frac{dI_\nu}{\alpha_\nu dr} = -I_\nu + \frac{j_\nu}{\alpha_\nu}.$$

Обозначим отношение коэффициента эмиссии j_ν к коэффициенту поглощения α_ν через S_ν:

$$S_\nu = \frac{j_\nu}{\alpha_\nu}.$$

Величина S_ν называется *функцией источника*.

Если ввести обозначение

$$\alpha_\nu dr = d\tau_\nu,$$

где τ_ν есть оптическая толщина на частоте ν, то уравнение лучистого переноса можно переписать в следующем виде:

$$\boxed{\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + S_\nu.}$$

Даже без решения этого уравнения видно, что если $I_\nu < S_\nu$, то $\dfrac{dI_\nu}{d\tau_\nu} > 0$, а интенсивность проявляет тенденцию к возрастанию в направлении распространения. Если же $I_\nu > S_\nu$, то $\dfrac{dI_\nu}{d\tau_\nu} < 0$, и I_ν будет уменьшаться. В состоянии равновесия излученная и поглощенная энергии равны, откуда можно найти, что $I_\nu = S_\nu$. Поэтому имеем $\dfrac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = 0$.

В состоянии термодинамического равновесия излучение среды есть излучение абсолютно черного тела, а функция источника описывается формулой Планка:

$$S_\nu = B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{\exp(h\nu / kT) - 1}.$$

Даже если система не находится в термодинамическом равновесии, можно найти температуру возбуждения T_{exc}, такую что $B_\nu(T_{exc}) = S_\nu$. Эта температура может зависеть от частоты.

Формальным решением уравнения лучистого переноса является

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + \int_0^{\tau_\nu} e^{-(\tau_\nu - t)} S_\nu(t)dt.$$

Здесь $I_\nu(0)$ – есть интенсивность фонового излучения, проходящего через среду (например, межзвездные облака) и уменьшающегося экспоненциально в среде. Второй член дает эмиссию в среде. Решение является только формальным, так как в общем функция источника S_ν неизвестна и должна определяться одновременно с интенсивностью. Если $S_\nu(\tau_\nu)$ – константа в облаке, а фоновым излучением можно пренебречь, мы получим

$$I_\nu(\tau_\nu) = S_\nu \int e^{-(\tau_\nu - t)} dt = S_\nu(1 - e^{-\tau_\nu}).$$

Если облако является оптически толстым $(\tau_\nu >> 1)$, то имеем

$$I_\nu = S_\nu,$$

т.е. интенсивность равна функции источника, а процесс эмиссии и поглощения находятся в равновесии.

Виды температур.

Астрономические объекты обладают температурами от почти абсолютного нуля до миллионов градусов. Температура может быть определена различным способом, и ее численное значение зависит от конкретного использованного определения. Температура хорошо определяема только в состоянии термодинамического равновесия. Так как большинство астрофизических объектов не находятся в термодинамическом равновесии, их температуру трудно определить.

Часто температуру определяют сравнением объектов, например звезды, с абсолютно черным телом. Хотя реальные звезды не излучают в точности как черные тела, их спектры обычно могут быть саппроксимированы спектрами черного тела. Результирующая температура зависит от точности критерия, использованного для подгонки функции Планка к наблюдениям.

Наиболее важной величиной, описывающей поверхностную температуру звезды, является *эффективная температура* T_e. Она определяется как температура абсолютно черного тела, которое излучает такую же полную энергию, как звезда. Так как эффективная температура зависит только от полного потока излучения, проинтегрированного по всем частотам, она хорошо определяема для любого распределения энергии, даже если оно далеко уклоняется от закона Планка. Полная плотность потока энергии, как функция температуры, определяется законом Стефана-Больцмана. Если мы определим значение T_e, такое что закон Стефана-Больцмана даст точную плотность потока F на поверхности звезды, мы найдем эффективную температуру.

Плотность потока энергии на поверхности есть

$$F = \sigma T_e^4.$$

Полный поток будет $L = 4\pi R^2 F$, где R – радиус звезды, а плотность потока на расстоянии r будет

$$F' = \frac{L}{4\pi r^2} = \frac{R^2}{r^2} F = \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \sigma T_e^4,$$

где $\alpha = 2R/r$ – наблюденный угловой диаметр звезды.

Таким образом, для прямого определения эффективной температуры мы должны измерить полную плотность потока и угловой диаметр звезды. Это возможно только в немногих случаях, когда диаметр определяем при помощи интерферометрии.

Если мы предположим, что на некоторой длине волны λ плотность потока F_λ на поверхности звезды подчиняется закону Планка, то получим *яркостную температуру* T_b. В изотропическом случае мы имеем тогда $F_\lambda = \pi B_\lambda(T_b)$. Если радиус звезды R, а расстояние от Земли r, наблюденная плотность потока будет

$$F'_\lambda = \frac{R^2}{r^2} F_\lambda.$$

В этом случае тоже F'_λ может быть определено только, если угловой диаметр α известен. Яркостная температура T_b может тогда быть вычислена из

$$F'_\lambda = \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \pi B_\lambda(T_b).$$

Так как звезда не излучает подобно абсолютно черному телу, ее яркостная температура зависит от использованной в последней формуле длины волны.

В радиоастрономии яркостная температура используется, чтобы выразить интенсивность (или поверхностную яркость) источника. Если интенсивность на частоте ν есть I_ν, яркостная температура находится из

$$I_\nu = B_\nu(T_b).$$

Величина T_b дает температуру черного тела с такой же поверхностной яркостью, как наблюденный источник.

Так как радиоволны очень длинны, условие $h\nu << kT$ для приближения Релея-Джинса обычно удовлетворяется (за исключением миллиметровых и субмиллиметровых областей), и мы можем записать закон Планка как

$$B_\nu(T_b) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu / kT_b) - 1} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{1 + (h\nu / kT_b) + ... - 1} \approx \frac{2k\nu^2}{c^2} T_b.$$

Т.о. мы получим следующее выражение для *радиоастрономической яркостной температуры*:

$$T_b = \frac{c^2}{2k\nu^2} I_\nu = \frac{\lambda^2}{2k} I_\nu.$$

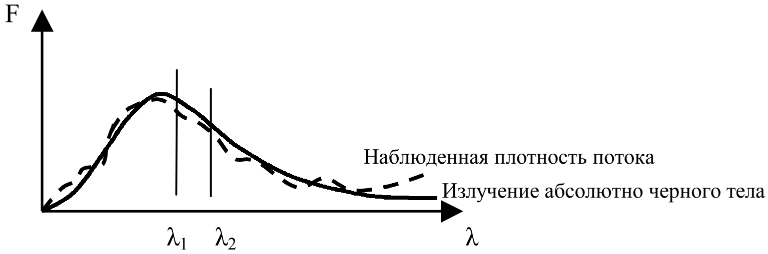
Мерой сигнала, регистрируемого радиотелескопом, является *антенная температура* T_A. После того, как антенная температура измерена, мы можем получить яркостную температуру из соотношения

$$T_A = \eta T_b,$$

где η есть лучевая эффективность антенны (типичные значения заключены в интервале $0.4 \le \eta \le 0.8$). Последнее уравнение справедливо, если источник достаточно широк, чтобы покрыть целый луч, т.е. телесный угол Ω_A, в котором антенна получает излучение. Если телесный угол, покрываемый источником, Ω_S, меньше чем Ω_A, наблюденная антенная температура есть

$$T_A = \eta \frac{\Omega_S}{\Omega_A} T_b, \quad (\Omega_S < \Omega_A).$$

Цветовая температура T_c может быть определена, даже если угловой диаметр источника неизвестен.



Мы должны только знать относительное распределение энергии в некотором диапазоне длин волн $[\lambda_1, \lambda_2]$; в знании абсолютного значения величины потока нет необходимости. Наблюденная плотность потока, как функция длины волны, сравнивается с функцией Планка для разных температур. Температура, дающая наилучшее приближение, есть цветовая температура на интервале $[\lambda_1, \lambda_2]$. Цветовая температура обычно является различной для различных интервалов длин волн, так как форма наблюденного распределения энергии может совершенно отличаться от спектра абсолютно черного тела.

Есть простой метод для нахождения цветовой температуры. Измеряем плотность потока F'_λ на двух длинах волн λ_1 и λ_2. Если предположить, что распределение интенсивности следует закону Планка, отношение этих плотностей потока должно быть таким же, как отношение, полученное из закона Планка:

$$\frac{F'_{\lambda_1}}{F'_{\lambda_2}} = \frac{B_{\lambda_1}(T)}{B_{\lambda_2}(T)} = \frac{\lambda_2^5}{\lambda_1^5} \frac{\exp(hc/\lambda_2 kT) - 1}{\exp(hc/\lambda_1 kT) - 1}.$$

Температура T, найденная из этого уравнения, есть *цветовая температура*.

Кинетическая температура T_k связана со средней скоростью молекул газа. Кинетическая энергия молекулы идеального газа как функция температуры, согласно кинетической теории газа, будет

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} k T_k.$$

Разрешая это уравнение относительно T_k, получим

$$T_k = \frac{mv^2}{3k},$$

где m есть масса молекулы, v ее средняя скорость, k – постоянная Больцмана.

Для идеальных газов давление прямо пропорционально кинетической температуре:

$$P = nkT_k,$$

где n есть численная плотность молекул (количество молекул в единице объема).

Ранее мы определили *температуру возбуждения* T_{exc} как температуру, которая, будучи подставлена в распределение Больцмана, дает наблюденные числа населенности. Если распределение атомов по различным уровням является результатом только их взаимных столкновений, температура возбуждения будет равна кинетической температуре

$$T_{exc} = T_k.$$

Температура ионизации T_i находится сравнением числа атомов в различных состояниях ионизации. Так как звезды не являются в точности абсолютно черными телами, значения температур возбуждения и ионизации обычно отличаются, завися от элемента, чьи спектральные линии были использованы для определения температуры.

В термодинамическом равновесии все эти различные температуры равны.